第７講　半減期と年代測定

1

　放射能の強さの単位はベクレル（記号 Bq）である。1 Bq は原子核が毎秒１個の割合で崩壊するときの放射能の強さである。また半減期とは，ある放射性原子核がもとの数の半分になるまでの時間をいい，原子核の種類によって定まった値である。放射性崩壊に関して以下の問いに答えよ。ただし，以下に扱う放射性原子核の半減期は，１秒に比べて十分長いものとする。

問１　ある放射性原子核が最初 N_0 個あったとして，時間 t [s] が経過した後に，N_1 個崩壊せずに残っているとすると，N_1 と N_0 の関係は，

$$N_1 = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{At}$$

と書ける。指数の中の t の係数 A を半減期 T [s] を用いて表せ。

問２　問１のときから，さらに１秒経過した後（t から１秒経過後）に残っている原子核の数 N_1' を示せ。

問３　問１，問２の内容から，時間 t 経過後の放射能の強さを Bq の単位で近似的に表すことができる。その式を示せ。

問４　時間 t 経過後から，さらに半減期に相当する時間 T が経過した後（最初からは $t+T$ 経過後）に崩壊せずに残っている原子核の数 N_2 を示せ。

問５　問２と同様に，問４のときから，さらに１秒経過した後（$t+T$ から１秒経過後）に残っている原子核の数 N_2' を求めよ。さらに，問３と同様にして，最初から時間 $t+T$ 経過後の放射能の強さを Bq の単位で表せ。

問６　問３と問５の結果を使って，最初から時間 $t+T$ 経過後の放射能の強さと，最初から時間 t 経過後の放射能の強さの比を求めよ。

　以上のことから，放射能の強さは，その時点の放射性原子核の数に比例し，原子核の数の変化と同様に，時間的に変化することがわかった。

　さて，炭素は，通常その 1.00g 中に約 0.235Bq の放射性の ^{14}C を含んでいる。植物中に存在する炭素についても，その生命が維持されている限りは，同じ割合の ^{14}C を含んでいる。しかし，木がいったん伐採されると，その木の中の ^{14}C は，その半減期 5.73×10^3 年で崩壊を続け，炭素中の ^{14}C の割合は減少する。したがって，木製品中の炭素の放射能の強さを調べ

＜ Note ＞

れば，その木が何年前に伐採されたかが推定できる。

問７　ある木製品中の炭素の放射能の強さを調べたところ，炭素 1.00g 当り 0.155Bq であった。この木製品に使われている木は，何年前に伐採されたと推定できるか。表１を参照して求めよ。なお，1.00g の炭素原子の数と比べて，0.235Bq の ^{14}C の原子数は１兆分の１以下であり，1.00g の炭素を扱う場合は，^{14}C の崩壊による減少は無視できる。

表１　$\left(\dfrac{1}{2}\right)^X$ の値

X	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\left(\dfrac{1}{2}\right)^X$	0.933	0.871	0.812	0.758	0.707	0.660	0.616	0.574	0.536	0.500

＜ Note ＞

2

次の［　　］の中に適当な語句，数値，記号または式を記入しなさい。また指示のあるところではグラフを書きなさい。

〔Ⅰ〕 原子核の結合エネルギーBをその核の質量数Aで割った値$\dfrac{B}{A}$は，核子１個あたりの結合エネルギーである。自然界に存在する原子核について，質量数による$\dfrac{B}{A}$の違いをくらべてみると，鉄 ${}^{56}_{26}\mathrm{Fe}$ のときにその値がもっとも大きく，安定である。したがって，鉄より［ 1 ］い原子核が分裂するときや，鉄より［ 2 ］い原子核が融合したりするときは，全体としてより安定な状態へ移ることになる。

放射性同位体の原子核が放射線を出して別種の原子核になることを放射性崩壊または崩壊という。放射性崩壊のひとつである［ 3 ］崩壊では，核からヘリウム原子核が放出され，質量数が［ 4 ］減少し，原子番号が２減少する。たとえば原子番号 88 のラジウム 226 が崩壊すると原子番号 86 のラドン 222 になる。その変化は，次のような核反応式で表す。

$${}^{226}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + \boxed{\ 5\ }$$

［ 6 ］崩壊では，原子核の内部で中性子が陽子に転換して［ 7 ］が放出される。例えば，原子番号 82 の鉛 210 が崩壊して，原子番号［ 8 ］のビスマス 210 になる。

［ 9 ］崩壊は，［ 3 ］崩壊や［ 6 ］崩壊をした直後の不安定な状態にある原子核が余分なエネルギーを電磁波として放出するものであり，その電磁波の波長はＸ線よりも［ 10 ］い。

〔Ⅱ〕 一定時間に崩壊する放射性同位体の量は，そのときに存在する原子核の量に比例する。そのため，初めの原子核数N_0が$\dfrac{1}{2}$になるまでの時間をTとすると，時間$2T$では$\dfrac{1}{4}$に，時間$3T$では$\dfrac{1}{8}$となっていき，指数関数的に減少する。このときの時間Tを［ 11 ］という。このTを用い，初めの原子核数N_0が時間tだけ経過した後に残っている原子核数Nは次のように表される。

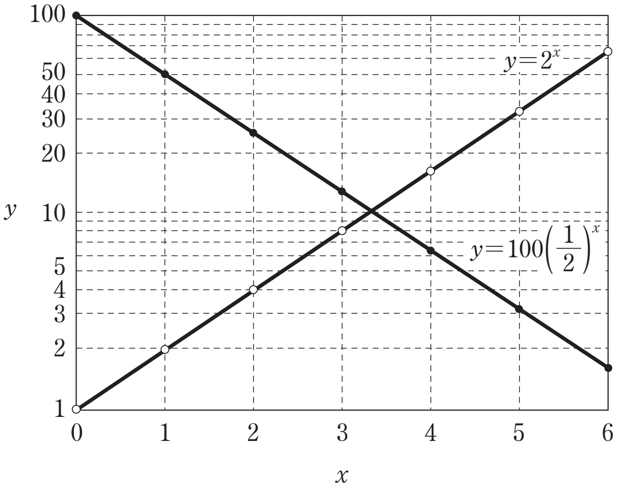
$$N = \boxed{\ 12\ } \qquad (1)$$

いま，Tが５年の放射性同位体が 64g あるとする。質量も原子核数と同様に考えられ，式(1)と同様な変化をするので，この放射性同位体が４g になるのは［ 13 ］年後である。解答欄Ａにおいて，縦軸を質量（g），横軸を時間（年）として，この放射性同位体の時間変化を表し，①と記しなさい。ただし，グラフの主要点を●（黒丸）で表しなさい。なお，図に示すように，グラフの横軸は等間隔目盛りであるが，縦軸は対数目盛と呼ばれる目盛りとなっており，例に示すように$y=2^x$や$y=100\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$のような指数関数が

＜ Note ＞

直線で表される特徴がある。

別な放射性同位体の質量と時間の関係のデータを表1に示す。その質量変化の様子を解答欄Aに先と同様に書き入れ，②と記しなさい。ただし，表のデータの値は○（白丸）で表しなさい。グラフから，この放射性同位体の T は［14］年であることがわかり，質量が50gから6.0gに減少するまでの時間は［15］年であることがわかる。

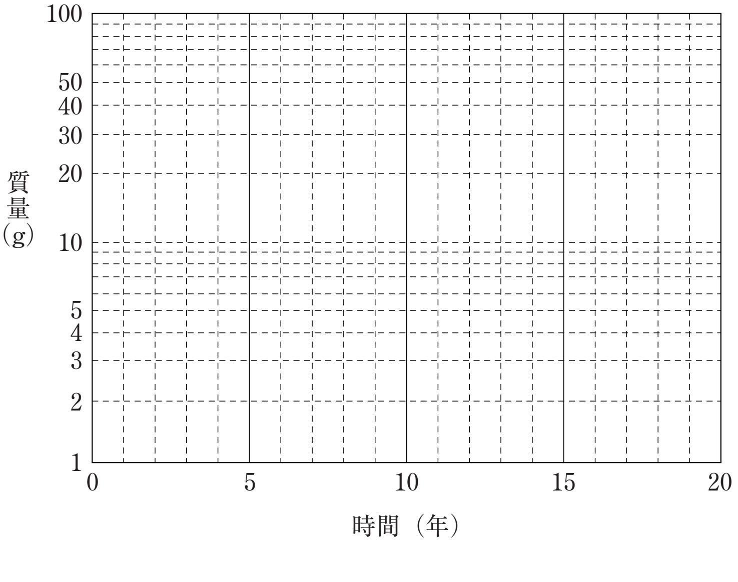


図

表1

時間［年］	質量［g］
0	50
2.9	30
5.3	20
9.3	10
13.3	5.0
18.6	2.0

解答欄A



＜ Note ＞

3

以下の①〜⑨の空欄に入る適切な語句，数値，式を答えよ。数値の場合は⑤のみ有効数字2桁とし，他は1桁とせよ。②と⑨は選択肢から1つ選び記号で答えよ。必要に応じて以下を利用せよ。

$_{52}$Te，$_{53}$I，$_{54}$Xe，$_{55}$Cs，$_{56}$Ba，K の原子量 $=39$，アボガドロ数 $=6.0\times10^{23}$，
1年 $=3.2\times10^{7}$ 秒，電気素量 $=1.6\times10^{-19}$C

②の選択肢：
(a)　乳房　(b)　甲状腺　(c)　肺　(d)　骨　(e)　腎臓
(f)　骨髄

⑨の選択肢：
(a)　2×10^{-6}　(b)　2×10^{-5}　(c)　2×10^{-4}　(d)　2×10^{-3}　(e)　2×10^{-2}
(f)　2×10^{-1}

放射性同位元素[①]は，β^- 線を放出し ^{131}Xe に壊変する。[①]を体内に取り込むと[②]に蓄積しやすいことが知られているが，一方で徐々に体外に排出される。体内に取り込まれた放射性同位元素が体外への排出によって半分になるまでにかかる時間を生物的半減期といい，放射性同位元素の数が壊変によって元の数の半分になるまでにかかる時間を物理的半減期という。この2つの半減期を考慮したものが内部被曝（体内被曝）の際の実質的な半減期で，実効半減期という。物理的半減期を T_1 とし，元の放射性同位元素の数を N_0 とすると，時間 t だけ経過した後に壊変せずに残っている放射性同位元素の数 N は，$N=$[③]となる。また，生物的半減期を T_2，実効半減期を T_3 とした場合，T_3 を T_1 と T_2 を使って表すと，$T_3=$[④]となり，[①]について，T_1 を 8.0 日，T_2 を 80 日とした場合，T_3 は，[⑤]日となる。

放射性同位元素による内部被曝の要因として，体内に存在する ^{40}K が挙げられる。体内には重量比で 0.20% の K が含まれ，K 全体に占める ^{40}K の重量比は 0.012% である。体重 50kg の人に含まれる ^{40}K の質量は[⑥] kg となる。N 個の放射性同位元素があるとき，その放射能の強さ A は，$A=0.69\dfrac{N}{T_1}$ [Bq] で表され，^{40}K の半減期が 1.3×10^{9} 年であることを利用すると，体重 50kg の人の体内における ^{40}K の放射能の強さは[⑦] Bq となる。但し，ここでの T_1 は秒単位の物理的半減期とする。

ある放射性同位元素から発生する γ 線のエネルギーが 2MeV であり，放射能の強さが一定値 500Bq で，この γ 線のエネルギー全てが人体に均一に吸収されるとき，体重 50kg の人

＜ Note ＞

に対する吸収線量は１時間当たり ⑧ Gy となる。

また，日本における年間自然被曝線量は約 ⑨ Sv である。

＜ Note ＞

第７講　確認テスト

次の $\boxed{1}$ ～ $\boxed{3}$ にあてはまる最も適切な答えを，それぞれの解答群から一つずつ選びなさい。

(1)　宇宙空間からくる中性子 n が大気中の ${}^{14}_{7}\mathrm{N}$ に衝突すると，つぎのような核反応を起こして ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ が生成される。

$${}^{14}_{7}\mathrm{N} + \mathrm{n} \longrightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$$

この ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ は β 崩壊して $\boxed{1}$ になる。この ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の生成と崩壊はつりあい，大気中の ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の量は変わらない。このため，大気中で CO_2 を形成する ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ と ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ の数の比は長年一定である。植物が生きている間に，CO_2 として体内に取り込むこれら同位体の数の比は，大気中での存在比と同じである。しかし，植物が枯れると植物中の ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ は β 崩壊し減少する。この崩壊の半減期を T 年として，以下の問いに答えなさい。

(2)　植物が枯れたときの時刻を $t=0$ とする。このとき，この植物が体内にもつ ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の個数が N_0 個であったとすると，時刻 t における ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の個数 N はいくらになるか。$\boxed{2}$

(3)　ある植物の化石に含まれる ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ に対する ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の個数の比が，現在の大気中のそれに比べ $\dfrac{1}{8}$ であった。この化石は今から何年前に枯れた植物であると判定できるか。$\boxed{3}$

$\boxed{1}$ の解答群

①　窒素（質量数 14）　②　窒素（質量数 15）　③　炭素（質量数 12）
④　炭素（質量数 13）　⑤　ホウ素（質量数 13）　⑥　ホウ素（質量数 14）

$\boxed{2}$ の解答群

①　$N=\dfrac{N_0T}{2t}$　②　$N=N_0(2)^{\frac{t}{2T}}$
③　$N=N_0(2)^{\frac{2t}{T}}$　④　$N=N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$

$\boxed{3}$ の解答群

①　$\dfrac{T}{8}$　②　$\dfrac{T}{4}$　③　$2T$
④　$3T$

＜ Note ＞

第7講　解答

1

問1　$A=\dfrac{1}{T}$

問2　$N_1{}'=N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t+1}{T}}$

問3　$N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}\left[1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{T}}\right]$Bq

問4　$N_2=\dfrac{1}{2}N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$

問5　個数：$N_2{}'=\dfrac{1}{2}N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t+1}{T}}$，強さ：$\dfrac{1}{2}N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}\left[1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{T}}\right]$Bq

問6　1：2

問7　3.44×10^3 年前

2

〔Ⅰ〕

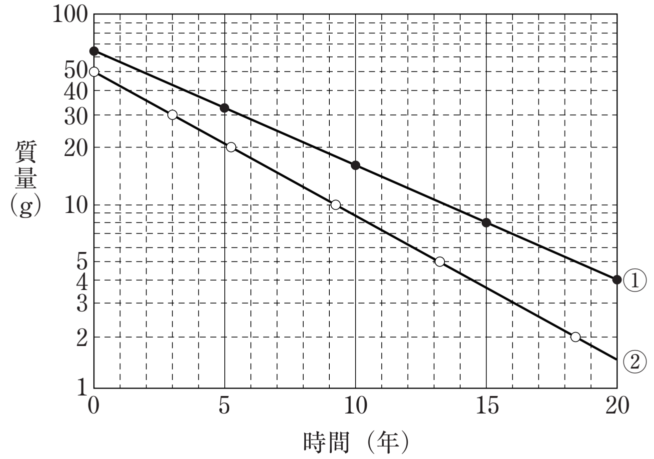
(1)　重　(2)　軽　(3)　α　(4)　4　(5)　${}^4_2$He

(6)　β　(7)　電子　(8)　83　(9)　γ　(10)　短

〔Ⅱ〕

(11)　半減期　(12)　$N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$　(13)　20

(14)　4　(15)　12　(A)　次図



3

①　${}^{131}_{53}$I　②　(b)　③　$N_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_1}}$　④　$\dfrac{T_1T_2}{T_1+T_2}$　⑤　7.3

⑥　1×10^{-5}　⑦　3×10^3　⑧　1×10^{-8}　⑨　(d)

第７講　確認テスト

【解答】

1　①　　2　④　　3　④

【解説】

(1)　β 崩壊すると原子番号が１増加するので質量数 14 の窒素になる。

(2)　半減期が T だから，

$$N = \underline{N_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}}$$

(3)　$N = \dfrac{1}{8}N_0$ のときの t は，(2)の式を用いて

$$\frac{1}{8}N_0 = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \qquad \therefore \quad \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \qquad \therefore \quad t = \underline{3T}$$